

## XII-039 – MODELAGEM MATEMÁTICA: SUAS CARACTERIZAÇÕES A PARTIR DO ESTUDO DOS FENÔMENOS FÍSICOS QUÍMICOS BIOLÓGICOS E SOCIAIS

**Hélio Oliveira Rodrigues<sup>(1)</sup>**

Licenciado em Matemática pela Universidade Católica de Pernambuco. Mestre em Tecnologia Ambiental pelo Instituto de Tecnologia de Pernambuco (ITEP). Coordenador de Tutoria do Curso de Especialização em Ensino de Matemática pelo Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Pernambuco (IFPE). Coordenador do Núcleo de Licenciaturas da Faculdade Integrada da Vitória de Santo Antão (FAINTVISA). Doutor em Educação pela Universidade Del Mar (UDELMAR - CHILE).

**Endereço<sup>(1)</sup>:** Rua Marquês de Baependy, 176 A – Campo Grande – Recife – PE - CEP: 52040-080 - Brasil - Tel: (81) 3243-2779 - e-mail: helioosr@hotmail.com

### RESUMO

Para muitos pesquisadores, a compreensão dos fenômenos da natureza, ao longo dos anos vem se dando, devido a enorme complexidade dos problemas que os envolvem. Neste sentido, a modelagem matemática se apresenta como uma das ferramentas que pode muito contribuir, não só por organizar informações, mas, para fazer previsões nas mais diferentes situações. Para Dambrózio (2002), os modelos podem ser modificados, aprimorados ou substituídos por outros para se obter uma compreensão correta daquilo que está ocorrendo na natureza, por isso, o desenvolvimento de modelos matemáticos para explicar as observações do mundo físico vem avançando nos últimos tempos. Desta forma, o presente estudo apresenta o modelo matemático de Lotka e Volterra (*apud* Rodrigues, 2008), envolvendo a aplicação de um sistema de Equações Diferenciais a partir de sistemas ecológicos, visando mostrar a importância dessa ferramenta, não apenas para estudos de fenômenos, mas, para suas aplicações nesse campo do conhecimento, através do software MAPLE. O estudo em si, busca de soluções exatas e gráficas na tentativa de contribuir com a construção do conhecimento.

**PALAVRAS CHAVE:** Modelagem Matemática, Equações Diferenciais e Fenômenos da Natureza.

### INTRODUÇÃO

Segundo Biembegut (2005), a modelagem matemática voltada para o meio ambiente evoluiu através de diferentes campos, por exemplo, no campo da ecologia, que apresenta vários níveis hierárquicos, a modelagem evoluiu através de estudos de populações. Segundo Boyer (2002), a História da Matemática mostra que o primeiro modelo matemático a ser apresentado à Ecologia foi o de Malthus. Esse modelo tem grande significado para a ecologia, por prever o crescimento populacional, baseando-se em equações diferenciais. Além do modelo em si, a importância das ideias de Malthus, reside na decisiva influência exercida sobre Charles Darwin em sua busca do mecanismo da evolução das espécies. Lotka e Volterra (*apud* Rodrigues 2008), apresentaram um outro modelo muito importante no campo da ecologia que é o modelo de predador/presa. Neste modelo, as equações que formam um sistema de equações descrevem mudanças oscilatórias em duas populações que interagem, ou seja:

$$\begin{cases} \partial x / \partial t = r.x - a.y.x \\ \partial y / \partial t = b.x.y - m.y \end{cases}$$

onde:

x = número de presas;

y = número de predadores;

r = razão intrínseca do aumento de presas;

m = coeficiente de mortalidade de predadores;

a e b = constantes

## Objetivo Geral

Analisar a modelagem matemática como ferramenta, para o estudo dos fenômenos físicos, químicos, biológicos e sociais.

## Objetivos Específicos

- ✓ Levantar dados quanto à aplicação da modelagem matemática sobre estudos de fenômenos;
- ✓ Fazer um estudo sobre aplicações da modelagem matemática envolvendo fenômenos;
- ✓ Sugerir alternativas que possibilitem o desenvolvimento de pesquisas a partir da modelagem matemática para o referido campo de estudo.

## MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia adotada neste trabalho foi desenvolvida com o objetivo de, a princípio estudar as equações diferenciais ordinárias, voltadas para o estudo de questões relacionadas ao meio ambiente e posteriormente relacionar os aspectos relevantes nesse campo do conhecimento entre a modelagem matemática e as questões ecológicas, utilizando um procedimento computacional (BASSANEZI, 2002). Desta forma, uma ferramenta computacional foi implementada através da utilização do software Maple.

A escolha deste software como ambiente para o desenvolvimento da ferramenta se deram por dois motivos: O primeiro, por este ser muito usado para a computação de expressões algébricas, simbólicas e cálculo numérico permitindo inclusive o desenho de gráficos a duas ou a três dimensões. O segundo, por ele ser de fácil compreensão e sua utilização, ideal para pesquisadores, sendo um ambiente de matemática completo para resolução de problemas possuindo, inclusive, uma imensa variedade de operações matemáticas, que além de resolver equações diferenciais, derivação e integração tem a capacidade de calcular soluções tanto analíticas como numéricas para equações diferenciais ordinárias (EDOs) e parciais (EPDs), solucionando sistemas de equações diferenciais, a partir das condições iniciais e de contorno.

### Aplicação Numérica do Modelo Predador Presa

Diante da enorme complexidade dos sistemas ecológicos e principalmente, por se constituir como grande barreira para a compreensão e o gerenciamento dos problemas ambientais, e por a modelagem matemática ser uma valiosa ferramenta, devido a sua capacidade de organizar as informações disponíveis sobre fenômenos, bem como fazer previsões em diferentes condições (BORBA, et al; 1999).

Para melhor caracterização do estudo, será apresentado como exemplo um modelo matemático muito conhecido de Lotka e Volterra, que é de fundamental importância, para o estudo dos sistemas dinâmicos, podendo inclusive, ser representado por um sistema de equações lineares, cuja forma algébrica foi apresentada anteriormente. No referido sistema,  $x$  representa a população de presas no instante  $t$  e  $y$ , a população de predadores no mesmo instante, onde:  $r$ ,  $a$ ,  $b$  e  $m > 0$ , são parâmetros do modelo.

### Problematização:

Considere o sistema de equações diferenciais que descreve a evolução da população de duas espécies diferentes, onde uma é predadora ( $y$ ) e outra presa ( $x$ ).

$$\begin{cases} x' = x.(1 - y) \\ y' = 0,5.(x - 1), \end{cases}$$

Nestas condições, descreva:

- a) o campo de direções dessa situação;
- b) demarque as condições de contorno do campo de direções.

O presente estudo tem como objetivo fazer a descrição do campo de direções a partir de um modelo simplificado de equações diferenciais ordinárias, aqui representados pelas equações em forma de símbolos descritas como **eq1** e **eq2** em conjunto com o comando **diff** que caracteriza a representação de um sistema de equações diferenciais lineares e envolve a descrição da evolução de duas espécies, sendo uma predadora e outra presa, apresentadas através da linguagem Maple, para que seja realizado seu reconhecimento e consequentemente sua representação algébrica.

```
>eq1:=diff(x(t),t)=x(t)*(1-y(t));
```

$$eq1 := \frac{\partial}{\partial t} x(t) = x(t) (1 - y(t))$$

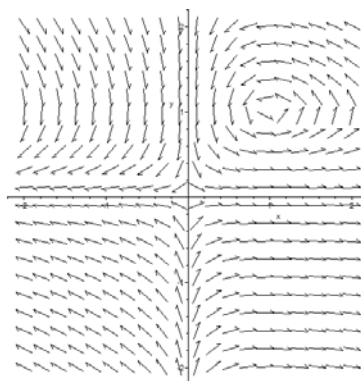
```
>eq2:=diff(y(t),t)=0.5*y(t)*(x(t)-1);
```

$$eq2 := \frac{\partial}{\partial t} y(t) = .5 y(t) (x(t) - 1)$$

O comando **dfieldplot** em conjunto com o símbolo **eq1** permitira a representação gráfica do sistema linear apresentado a partir das condições iniciais do campo de direções. Em experimentos científicos é comum plotar gráficos a partir de dados obtidos e em geral esses dados em geral vêm em forma de conjunto finito de pontos. Neste momento serão feitas as representações gráficas a seguir:

**Gráfico 01:** Representação gráfica para uma melhor visualização do campo de direções

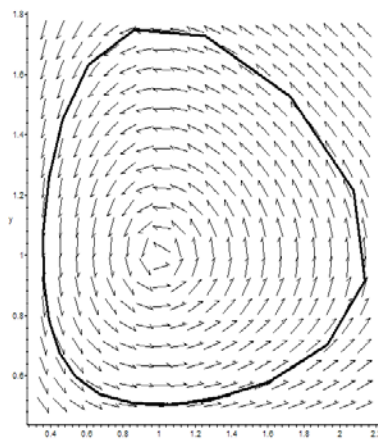
```
➤ dfieldplot([eq1,eq2],[x(t),y(t)],t=0..10,x=-2..2,y=-2..2);
```



Vale salientar que o **Gráfico 01** foi descrito admitindo t variando de 0 até 10, x variando de - 2 até 2 e y variando de - 2 até 2, caracterizando desta forma, a demarcação dos quatro quadrantes quadrante do sistema de eixos apresentado.

**Gráfico 02:** Representação gráfica das condições de contorno do campo de direções

```
➤ DEplot([eq1,eq2],[x(t),y(t)],t=0..10,[[x(0)=1,y(0)=0.5]]);
```



Vale salientar que o **Gráfico 02** foi descrito admitindo  $t$  variando de 0 até 10,  $x(0) = 1$  e  $y(0) = 0.5$ , caracterizando a demarcação das condições de contorno no primeiro quadrante do sistema de eixos apresentado.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES

A modelagem matemática se caracteriza como de fundamental importância para estudos dos fenômenos da natureza, nas mais diferentes áreas de aplicação. No presente estudo, isto fica caracterizado, a partir da abordagem ao fenômeno biológico apresentado através do modelo matemático desenvolvido por Lotka e Volterra, envolvendo campo de direções e condições de contorno. Desta forma, neste trabalho a partir da fuga de uma formalização tradicional conservadora acadêmica, sugere-se em direção ao entendimento conceitual que a utilização de experimentos através do software Maple, para o desenvolvimento da modelagem matemática, seja mais intensificado, não apenas, para mostrar sua importância como ferramenta para o estudo de tais fenômenos, mas, na tentativa de contribuir de forma significativa com a construção do conhecimento.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BIEMBENGUT, Maria Salete. HEIM, Nelson. **Modelação Matemática no Ensino**. São Paulo. Editora Contexto, 2005.
2. BOYER, C. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Bücher, 2002.
3. BORBA, M. C; MANEGHETTI, R. C. G; HERMINI, H. A. **Estabelecendo critérios para a avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de caso em um curso de ciências biológicas**. In: BORBA, M. C. Calculadoras gráficas e educação matemática, (Serie Reflexão em Educação Matemática). Rio de Janeiro: USU, Ed. Bureau, p.p.95-113. 1999.
4. BALBINI, J. & PASTOR, J., **História da Matemática: De la antiguidad a la baja Edad Media**, v. 2. Barcelona: gedisa, 2000.
5. BASSANEZI, R. C. **Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática**. Editora Contexto, 2002.
6. D'AMBROZIO, Ubiratan. **Elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte – Editora Autentica, 2002.
7. RODRIGUES, H. O. **Importância das Equações Diferenciais para o Estudo das Questões Ambientais**. Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Tecnologia de Pernambuco – ITEP, para obtenção do título de Mestre em Tecnologia Ambiental. Recife-PE, Setembro de 2008.