

I-310 - PROPOSIÇÃO DE UM ÍNDICE DE QUALIDADE DA ÁGUA: UMA ABORDAGEM FUZZY**Érico Gaspar Lisboa⁽¹⁾**

Engenheiro Civil pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Pós-graduado em Gestão Ambiental pelo Núcleo de Meio Ambiente (NUMA/UFPA). Mestre em Engenharia Civil pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (PPGEC/UFPA).

Elídio Paulo Martins Lopes Junior

Graduando em Engenharia Sanitária e Ambiental pela Universidade Federal do Pará (UFPA).

Ana Rosa Baganha Barp

Engenheiro Civil pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Mestre e Doutora em Engenharia Civil pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professora Adjunta III da UFPA

Endereço⁽¹⁾: Rua Augusto Corrêa, nº 1. Guamá. CEP: 66075-900 - Belém, PA – Brasil. Email: erico@ufpa.br

RESUMO

A avaliação da qualidade da água pode ser obtido por um Índice de Qualidade da Água (IQA). No entanto, o IQA, são limitados quanto a sua capacidade de interpretação, gerando incertezas. O objetivo deste trabalho é propor a construção de um Sistema de Inferência Fuzzy (SIF), baseado na teoria dos conjuntos fuzzy, concebendo um IQA fuzzy (IQA^f). Para tanto, o SIF foi processado pela “fuzzyficação” dos parâmetros físico, químicos e bacteriológicos proposto por Brown et al., (1970), sendo traduzidos por variáveis linguísticas “baixa” (B), “média” (M) e “alta” (A), lidas por funções de pertinência trapezoidal (FPTr), aferidas por um conjunto de regras (R_n) e operadas através do modelo clássico de inferência fuzzy Mamdani. O IQA^f foi obtido por “desfuzzyficação” pelo Método do Centro de Gravidade (MCG). O índice do SIF é validado por uma regressão linear, via R^2 , correlacionando-o com o IQA para épocas de cheia e estiagem. A proposta foi aplicada no igarapé Tucunduba, localizado no município de Belém/PA, para o período de 1999 a 2000. Para 16 amostras sendo divididos os períodos de cheia e estiagem. Como resultado de validação, R^2 igual a 0,61 e 0,54 entre IQA^f x IQA, para épocas de cheia e estiagem, respectivamente, ambos por modelos lineares. Os valores médios de qualidade da água em épocas de cheia foi Ótimo (OT) para IQA e Boa (BO) para IQA^f ; e na estiagem BO para IQA e Aceitável (AC) em IQA^f . Por fim, a dispersão dos resultados, apresentou um coeficiente de variação (cv) igual a 21,07% para IQA à 29,23% do IQA^f em época de cheia; e na estiagem 20,54% e 10,22% para IQA e IQA^f , respectivamente. Por fim, o IQA gerou qualificações da água superior ao IQA^f para a maioria das amostras, tanto no período de cheia quanto de estiagem. Assim com a adoção da teoria dos conjuntos fuzzy, o desempenho do SIF construído na avaliação da qualidade da água foi significativo

PALAVRAS-CHAVE: Índice de Qualidade da Água, teoria dos conjuntos fuzzy, igarapé Tucunduba.

INTRODUÇÃO

A avaliação da qualidade da água superficial pode ser expressa por um indicador ou índice que tem como objetivo qualificá-la de acordo com os valores padrões de uso para os diversos fins. Os mais comuns são aqueles de uso geral que agregam parâmetros de características físicas, químicas e bacteriológicas da água. No entanto, os denominados Índices de Qualidade da Água (IQA) denotam uma importância vaga pela manipulação de parâmetros ponderados, alguns dos quais apresentam forte correlação e sobreposição, denotando incertezas. Neste sentido, se faz necessário a adoção de um Sistema de Especialista (SE) para tratar as incertezas a partir de um conjunto de regras que se adéquem as condições de qualidade da água. Deste modo, a teoria dos conjuntos fuzzy tem como premissa acurar o IQA, a partir de seus parâmetros, com a proposição de um IQA fuzzy (IQA^f) através de um modelo de inferência fuzzy, apresentando-se como excelentes ferramentas a Gestão dos Recursos Hídricos Superficiais (GRHS).

A gama de trabalhos vistos na literatura, com aplicação da teoria dos conjuntos fuzzy, podem ser classificadas em análises “cluster” e sintéticas fuzzy. Nas análises “cluster” os níveis padrões dos parâmetros de qualidade da água são comparados com uma relação de valores padrões obtidos pela lógica fuzzy. Estes valores são baseados em uma matriz de relação e, posteriormente um “cluster” de parâmetros dá origem a IQA (Zheng and Ying 1984; Kung et al., 1993; Kung et al., 1992). Por outro lado, os trabalhos de Lu et al., (1999); Chang et

al., (2001) aplicaram análises sintéticas fuzzy, a qual considerou níveis de tolerância para valores padrões dos parâmetros de qualidade da água para descrever uma relação para diferentes usos da água.

Recentemente, Nasiri et al., (2007), baseado na proposta de Yoon and Hwang (1995), atribuiu a proposição de um IQA por meio da aplicação da teoria dos conjuntos fuzzy em associação a teoria dos múltiplos atributos de tomada de decisão. O processo constitui-se da aferição de ambas as teorias, que se destinaram a avaliação da qualidade da água considerando os parâmetros de Oxigênio Dissolvido (OD), Demanda Bioquímica de Oxigênio analisado no quinto dia (DBO₅), Coliforme total, Nitrato (NO₃), Amônio (NH₄), Fósforo total, os quais compõem o índice proposto por Horton (1965). A atribuição da faixa de valores destes parâmetros, na composição da qualidade da água, foi realizada pela consulta a especialistas pelo processo DELPHI (Linstone and Turoff 1975; Porter et al., 1991) através de cinco variáveis linguísticas “limpíssima”, “muito limpa”, “medianamente limpa”, “impura”, “contaminada”. Tais interpretações foram direcionadas na análise da qualidade da água para uso no abastecimento, vida aquática, recreação e industrial.

Portanto, o objetivo deste projeto é propor a construção de um IQA^f, baseado na teoria dos conjuntos difusos, a partir dos parâmetros proposto por Brown et al., (1970), implementando um SIF através do modelo clássico de Mamdani (1974) e, por conseguinte obtém-se o índice fuzzy via MCG. Tal proposta é aplicada para análise da qualidade da água do igarapé Tucunduba com base em um conjunto de 16 amostras pontuais entre os anos de 1999 a 2000 no período de cheia e estiagem. Tal processo foi testado por Lermontov et al., (2008) no Rio Pardo da região de Ribeirão Preto, no estado de São Paulo. O IQA^f foi resultante da inferência fuzzy cujos parâmetros são componentes da proposta de Brown et al., (1970). Tais parâmetros foram divididos de acordo com suas características, obtendo-se subíndices os quais foram agrupados. Estes subíndices agrupados, consubstanciados, deram origem ao IQA^f. Os resultados foram comparados com outros IQA obtidos por metodologias convencionais. Os autores concluíram que, a partir dos resultados, o IQA^f é eficiente para o planejamento de estratégias e tomadas de decisões no âmbito da GRHS, comparado aos índices tradicionais que se mostram imprecisas.

ÍNDICE DE QUALIDADE DA ÁGUA (IQA)

Os Índices de Qualidades da Água (IQA) foram concebidos com a perspectiva de agregar as variáveis inerentes às características químicas, físicas e biológicas da água em um número. Este número visa à possibilidade de analisar a evolução da qualidade da água no tempo e no espaço com a finalidade de facilitar a interpretação destas variáveis. A literatura abrange variados modelos de IQA, bem como os seus mais diversos usos e finalidades.

Neste sentido, Ott (1978) cita pelo menos três tipos básicos de índices. O primeiro que é elaborado pela opinião de especialistas (*experts*). O outro tipo se concentra em índices baseados em modelos estocásticos. Já o terceiro, índices biológicos, demandam de dados para sua formulação que ainda não são rotineiramente obtidos em programas de monitoramento. Os fins a que se destina o uso de IQA podem abranger desde a ordenação de áreas geográficas (comparação de condições ambientais em diferentes áreas geográficas), até a servir de instrumentos para a gestão dos recursos hídricos. Neste contexto, para que o IQA possa ser direcionado aos usos múltiplos da água, Derísio (1992) classificou os índices para uso em geral, específicos e planejamento ambiental.

Os índices direcionados ao planejamento ambiental foram propostos para serem utilizados pelos tomadores de decisão, isto é, como subsídio ao usuário a tomar decisões ou a resolver problemas específicos. Destacam-se o índice de Inhaber e Zoeteman. O primeiro incluiu índices de qualidade do ar, água e solo os quais se coadunam para um *Environment Quality Index* (EQI). Já o segundo é denominado de *Pollution Potencial Index* (PPI), posto que o mesmo se fundamenta por fatores indiretos relacionados a poluição da água. Por fim, Ott (1978) cita os índices desenvolvidos pela MITRE Corporation e Environmental Protection Agency, United State of American (EPA - US) como *Prevalence Duration Intensity Index* (PDI), *National Planning Priority Index* (NPPI) e *Priority Action Index* (PAI).

Por outro lado, os índices para uso específico e geral podem ser caracterizados pelas peculiaridades do estado, com diversidade de regime hidrológico, bem como da presença em ambientes lóticos (água doce corrente) e lênticos (água doce parada), incluindo estuários. No que concerne ao IQA para uso específico destacam-se aqueles inseridos em ambientes lóticos, os quais podem ser citados por Otto (1978) como o índice de Walski e

Parker e O'Connor, entre outros. Portanto, os índices ditos de específicos consideram que o nível de qualidade da água requerido varia de um determinado parâmetro para outro podendo ser indispensáveis para um determinado uso ou ter somente uma importância razoável. No que concernem os índices para uso geral, tem-se aqueles destinados aos ambientes lóticos e lênticos.

No que tange os índices destinados a ambientes lênticos, Carlson (1977) definiu um Índice de Estado Trófico (IET) da água a partir da transformação linear da transparência pelo disco de Secchi. O IET ainda considera concentrações de fósforo e clorofila. Ao considerar o ambiente lêntico destacam-se os índices de Horton (1965), Smith. Este artigo considerou para o cálculo do IQA determinístico o índice concebido pela *National Sanitation Foundation* (NSF) proposto por Bown et al., (1970). A proposição original de Brown et al., (1970) contempla duas formas: aditiva e multiplicativa. A forma multiplicativa, visto na equação abaixo, foi sugerida por Landwehr e Deininger para evitar eventuais problemas de resultados mascarados, que ocorriam quando um subíndice (l_i) apresentava valores extremamente baixos de qualidade de água.

$$IQA = \prod_{i=1}^n l_i^{w_i}$$

Não obstante, o artigo dá ênfase a forma aditiva a qual resulta de uma combinação linear com pesos (w_i) dos subíndices (l_i) conforme a formulação a seguir.

$$IQA = \sum_{i=1}^n w_i \cdot l_i$$






Onde IQA é um número que varia de 0 a 100; w_i é o peso relativo e l_i é o valor do subíndice relativo ao i -ésimo parâmetro. Os valores de IQA são classificados de acordo com qualificação da água e as suas respectivas faixas de valores (Tabela 1).

Tabela 1: Parâmetros (l_i) e pesos (w_i) para o cálculo de IQA proposto por Brown et al., (1970).

Parâmetros (l_i)	Pesos (w_i)
Oxigênio Dissolvido [OD]	0,17
Coliformes Fecais [CF]	0,15
Potencial de Hidrogênio [pH]	0,12
Demanda Bioquímica de Oxigênio em 5 dias [DBO ₅]	0,10
Nitrato [NO ₃]	0,10
Fosfato Total [PO ₄]	0,10
Temperatura [T°C]	0,10
Turbidez [Tu]	0,08
Sólidos Totais [S _t]	0,08

Os parâmetros utilizados na composição deste IQA são relacionados as características físicas, químicas e bacteriológicas, cujos valores de w_i são visualizados pela Tabela 2.

Tabela 2: Classificação da qualidade da água pelo IQA proposto por Brown et al., (1970).

Faixa de Valores do IQA	Qualificação da água	Cor
80 – 100	Ótima	
52 – 79	Boa	
37 – 51	Aceitável	
20 – 36	Ruim	
0 – 19	Péssima	

Por fim, os índices vistos anteriormente são importantes no acompanhamento da qualidade da água. Não obstante, a interação entre parâmetros ponderados denotam incertezas, alguns dos quais apresentam correlação e sobreposição, posto que os mesmos são determinísticos e conceituais. Determinísticos, porque ignoram as propriedades estocásticas inerentes a variância, com que as faixas de valores destes parâmetros podem influenciar na interpretação da qualidade da água. E são conceituais, porque buscam uma interpretação física, química e bacteriológica para os diversos subprocessos envolvidos na avaliação da qualidade da água. Neste

sentido, faz-se necessário a adoção de um Sistema de Especialista (SE), fundamentado na teoria dos conjuntos fuzzy, para tratar as incertezas de um IQA a partir de um conjunto de regras que se adéquem aos parâmetros que compõe a interpretação da qualificação da água.

TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY

A teoria dos conjuntos clássicos (lógica booleana) considera que um elemento (x) pertence (\in) ou não (\notin) a um dado conjunto (A), ou seja, de maneira formal tem-se que $x \in A$, podendo ser falso [0] ou verdadeiro [1]. Por outro lado, nos conjuntos fuzzy há uma generalização da teoria dos conjuntos por meio de uma função característica denominada de função ou grau de pertinência - $\mu(x)$ - que pode variar de 0 a 1, onde os valores extremos representam a lógica booleana.

Assim, um conjunto fuzzy ou nebuloso ou difuso, é conceituado por Zadeh (1965); Zimmermann (1991) como sendo X um conjunto universo e A um subconjunto fuzzy de X , se A é um conjunto de pares ordenados, tal que:

$$A = \{[x, \mu_A(x)], x \in X\}$$

Deste modo, cada elemento x pode ter um grau de pertinência que varia no intervalo de [0, 1], logo uma expressão e seu inverso pode, ambos, ser “verdadeiro” para certo grau que varie entre 0 e 1. Portanto, quanto mais próximo de 1 estiver $\mu_A(x)$, mais x pertencerá a A . De modo mais específico, o conceito de conjuntos fuzzy, introduzido por Zadeh (1965), descreve uma imprecisão ou um estado vago. Portanto, a teoria dos conjuntos fuzzy pode ser considerada como uma extensão da teoria dos conjuntos clássica.

Assim, esta ferramenta tem sido comumente usada para a informação imprecisa com sentido não-probabilístico, permitindo a integração de vários parâmetros para a modelagem e processo de avaliação, tendo como expoente desta prerrogativa o grau ou função de pertinência. A função de pertinência $\mu(x)$ é proposta por Zadeh (1965) como uma caracterização mais ampla, na medida em que se sugere que alguns elementos são mais membros de um conjunto do que outros. Portanto, esta função determina com que grau x está em A onde: $\mu_A(x) = 1$, x pertence totalmente ao subconjunto A ; e quando $0 < \mu_A(x) < 1$ significando que x pertence parcialmente ao subconjunto A ; e, $\mu_A(x) = 0$, onde x não pertence ao subconjunto A .

Gomide e Rocha (1992a) conceituam $\mu(x)$ como sendo X uma coleção de objetos denominados genericamente por x . Onde X é chamado de universo de discurso, podendo ser contínuo ou discreto, melhor evidenciado a frente. Assim, um conjunto fuzzy A em X é definido por $\mu(x)$ que assume valores em um intervalo [0,1], deste modo o conjunto fuzzy A em X é, então, um conjunto de pares ordenados, onde $x \in X$, e $i = 1, 2, \dots, n$; conforme a equação abaixo:

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x)}{x_i}$$

Por outro lado, $\mu(x)$ é traduzido por um número real que pode ser chamado de números fuzzy. Os números fuzzy, segundo Moura (1998), representam um caso especial de conjuntos fuzzy, os quais são generalizados por conceito numérico usual. Assim, novamente Moura (1998) define números fuzzy como um subconjunto A de um conjunto de números reais se existir pelo menos um x onde $\mu_A(x) = 1$, caracterizando uma suposição de normalização; e para todo o número real a, b, c com $a < c < b$ onde $\mu_A(c) \geq \min[\mu_A(a), \mu_A(b)]$, tendo esta formação a caracterização da suposição para convexidade. Onde o Mín caracteriza-se como uma operação de Interseção (\cap ou \otimes).

Não obstante, para as operações entre números fuzzy, as propriedades álgebras entre os conjuntos fuzzy não segue a teoria clássica, pelo fato de que as operações de União (\cup ou \oplus) e de Interseção de um conjunto e seu Complementar são diferentes de 1 e vazio (\emptyset), respectivamente. A partir de então, as operações entre os conjuntos fuzzy devem ser estabelecidas. Para as operações de União e Interseção, considera-se A e B conjuntos fuzzy definidos em X . Desta forma, conforme Pedrycz (1989), a União dos conjuntos A e B resultam

no conjunto D, isto é, $D = A \oplus B$; a Interseção entre os mesmos conjuntos resulta em um conjunto C que igual $A \otimes B$.

Zadeh (1965); Pedrycz (1989), Driankov et al., (1993) expõem que na teoria dos conjuntos fuzzy, em ambas as operações de lógica são implementadas por uma família de operadores, vistas anteriormente, como sendo a Interseção (Mín) e União (Máx). Desta forma, considerando A e B como conjuntos fuzzy definidos em X, tem-se a Interseção e União entre A e B, respectivamente visto nas equações:

$$\mu_D(x) = \otimes[\mu_A(x), \mu_B(x)]; x \in X$$

$$\mu_C(x) = \oplus[\mu_A(x), \mu_B(x)]; x \in X$$

Gomide et al., (1995), adicionalmente as operações de lógica, acrescentaram as operações ditas de Implicação as quais são utilizadas para modelar regras de inferência do tipo “SE” <premissa> e “ENTÃO” <conclusão>. Assim, considerando A e B dados por $\mu_A : X \rightarrow [0,1]$, $\mu_B : Y \rightarrow [0,1]$, a relação $A \rightarrow B$, é expressa por:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = I[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

Tais operações podem se classificadas como função de Implicação de Mínimo, Produto, Lukasiewicz e as *Variant of the System of Standard Sequences* (VSS). No entanto, o trabalho em pauta aplicará as operações de Implicação de Mínimo as quais são evidenciadas por Mamdani (1974). Esta operação é definida como uma simplificação dos operadores de Máx – Mín, baseada no princípio de lógica proposta por Zadeh (1965), sendo expressa da seguinte forma:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x) \otimes \mu_B(y)$$

Embora as operações de Mín sejam empregadas como de Implicação em aplicações de controle fuzzy, estas não são de Implicação propriamente ditas, posto que, conforme Yager (1980); Mizumoto (1982), a função de pertinência que as define, $\mu_{A \rightarrow B}(x, y)$, podem ser obtidas por funções individuais, $\mu_A(x)$ e $\mu_B(y)$, de várias maneiras. Este motivo sugere que a determinação de um número fuzzy possa ser obtida a partir da combinação de diferentes operadores.

De tal forma, Gomide et al., (1995) exemplificaram que sejam conjuntos de valores x e y com universos de discurso X e Y, respectivamente, bem como A e B conjuntos fuzzy definidos, respectivamente, em X e Y; tem-se que as proposições fuzzy sejam x é A e y é B. Portanto, é possível operar com os conectivos lógicos “E” e “OU” e com os operadores de Implicação “SE” e “ENTÃO”. Assim sendo, tais operações podem ser estabelecidas por meio de proposições fuzzy, as quais são traduzidas por variável cujos valores são nomes de conjuntos nebulosos, podendo assumir termos linguísticos ou variáveis linguísticas ([I]), e sistematizadas por uma forma de raciocínio ou inferências fuzzy.

O processo de raciocínio ou inferência fuzzy, foi conceituado por Lee (1990) como um procedimento de inferência usado para obter conclusão de um conjunto de regras “SE” e “ENTÃO”. Nestes termos, Lee (1990a) classifica dois tipos de regras generalizada de inferência sendo uma denominada de *modus ponens* (GMP) e a outra de *modus tollens* (GMT). Para as regras GMP, sejam os conjuntos A, A', B e B', então se tem que $A = A'$ e $B = B'$, de modo que tal concepção está intimamente relacionada à inferência dirigida a dados, útil em lógica fuzzy. Já as regras GMT, considerando os mesmos conjuntos supracitados, tem-se que B' não é B e A' não é A, este tipo de inferência está relacionado a objetivos, o que é comumente usado em um SE (*experts*).

Para Lee et al., (1996) as regras para a inferência fuzzy podem ser de três tipos, as quais irão depender da sua forma consequente. A regra fuzzy do tipo 1 tem parte consequente constante, obtendo-se: “SE” (x é A₁), “E” ..., “E” (x é A_i), “ENTÃO” (y é C). As regras do tipo 2 caracterizam-se como sendo parte consequente obtida por meio de uma combinação linear, igual a:

“SE” (x é A₁), “E” ... “E” (x é A_i), “ENTÃO” [y é $g(x_1, x_2, \dots, x_j) = b_0 + b_1.x_1 + \dots b_j.x_j$].

Por fim, a regra fuzzy do tipo 3, é parte do consequente sendo um conjunto fuzzy de modo que:

“SE” ($x \in A_i$), “E”...“E” ($x \in A_i$), “ENTÃO” ($y \in B$).

Onde $i = 1, 2, \dots, n$; e $j = 1, 2, \dots, m$. Em outras palavras, a inferência fuzzy é a etapa na qual as proposições fuzzy são definidas e depois examinadas paralelamente. Tais proposições são examinadas por regras, as quais são utilizadas para a inferência sendo expressas no formato “SE” e “ENTÃO”. Portanto, conforme as considerações de Zadeh (1965), tem-se duas relações fuzzy R_1 e R_2 onde:

R_1 : “SE” ($x \in A$), “ENTÃO” ($y \in B$)

R_2 : “SE” ($y \in B$), “ENTÃO” ($z \in C$)

Assim, têm-se como resultante a composição R_{12} : “SE” ($x \in A$), “ENTÃO” ($z \in C$) podendo serem definidas por regras entre os operadores de implicação do tipo Máx – Mín.

$$\mu_{R_{12}}(x, z) = \bigoplus [\mu_{R_1}(x, y) \otimes \mu_{R_2}(y, z)]$$

Deste modo, aplicando os operadores do tipo Máx – Mín, a fim de obter uma relação R entre A e B , tem-se o seguinte:

$$R = \frac{\mu_R(x, y)}{(x, y)}; x \in X, y \in Y$$

Neste âmbito, ratificando a proposição de Zadeh (1973), propõem-se a aplicação de uma espécie de raciocínio inferindo os operadores Máx – Mín. Assim, se um conjunto antecedente A' for igual ao A , obtém-se um conjunto consequente B' igual a:

$$B' = \left\{ \bigoplus \left[\mu_A(x) \otimes \frac{\mu_R(x, y)}{y} \right] \right\}; x \in X, y \in Y$$

Portanto, o modelo acima foi definido a partir de uma simples relação ou regra e um conjunto antecedente A' obtendo-se um raciocínio fuzzy B' . No entanto, podem-se modelar regras simples ou múltiplas, para mais de um ou múltiplos conjunto antecedente. A literatura apresenta dois tipos de modelos: os clássicos, tendo como expoente os modelos de Mamdani e Larsen; e os de interpolação, compreendendo os modelos de Takagi-Sugeno e Tsukamoto. Como dito anteriormente, este artigo dá ênfase ao modelo clássico de inferência fuzzy Mamdani. Porém, as aplicações dos demais modelos pode ser vistos nos trabalhos de Lee (1990) e Driankov et al., (1993).

O modelo de inferência Mamdani, concebido por Mamdani (1974), foi uma tentativa para controlar um conjunto de turbina a vapor (*boiler*) usando regras derivadas de um especialista humano. Deste modo, consideram-se duas regras iguais a R_1 e R_2 , sendo:

R_1 : “SE” $x_1^* \in A_{1,1}$ “E” $x_2^* \in A_{1,2}$; “ENTÃO” $y \in B_1$

R_2 : “SE” $x_1^* \in A_{2,1}$ “E” $x_2^* \in A_{2,2}$; “ENTÃO” $y \in B_2$

Assim, com as premissas de R_1 e R_2 , tem-se $\alpha_1 = (A_{1,1} \otimes A_{1,2})$, dando origem a B_1 ; e $\alpha_2 = (A_{2,1} \otimes A_{2,2})$, é produzido B_2 . Por conseguinte, ilustra-se a sistemática do modelo clássico de Mamdani, onde se percebe os operadores matemáticos que envolvem a lógica fuzzy, que são as Interseções, procedidas pelas variáveis de entrada (x_i^*); e União, que se dá pela interação entre a saída B_1 e B_2 que resulta em B' , tais prerrogativas caracteriza tal modelo como de Máx – Mín, exemplificado pela Figura 1.

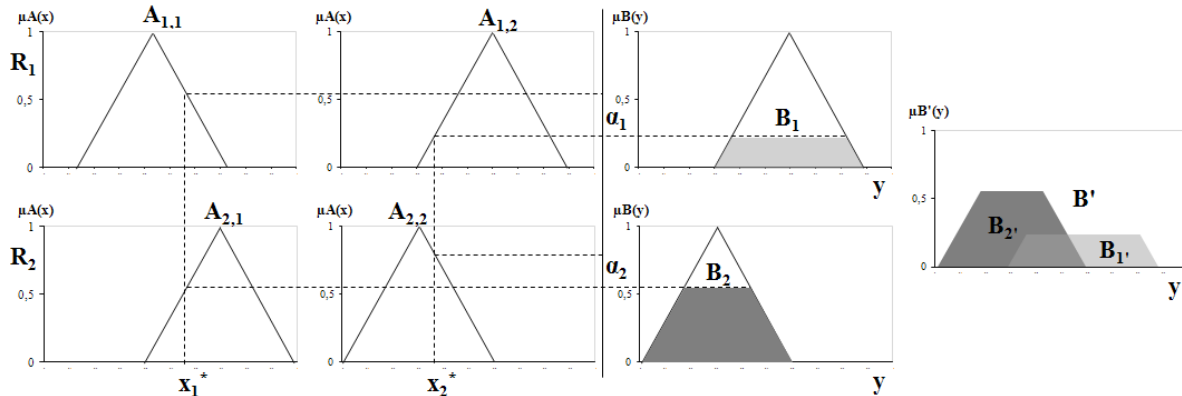


Figura 1: Inferência obtida pelo modelo clássico de Mamdani e cálculo pelo MCG para saída B'.

Com as premissas de uma dada regra avaliada, o termo α se caracteriza como a compatibilidade global de uma regra R_j , onde x_i^* , igual a:

$$\alpha_j = \bigotimes (\alpha_{1,j}; \alpha_{2,j} \dots \alpha_{n,j}) \quad 1 \leq j \leq m$$

Sendo $j = 1, 2, \dots, m$. Nota-se que para originar B_1 e B_2 , o modelo de Mamdani utiliza as operações de Mín, isto é, de Interseção \bigotimes , logo:

$$\mu_{B_1}(y) = \bigotimes [\mu_{A_{1,1}}(x), \mu_{A_{1,2}}(x)]$$

$$\mu_{B_2}(y) = \bigotimes [\mu_{A_{2,1}}(x), \mu_{A_{2,2}}(x)]$$

Não obstante, os valores de α_1 e α_2 são relacionados com os conjuntos B_1 e B_2 obtendo-se o valor de B' através da interação de R_1 e R_2 , via uma operação de Máx, ou seja, de União \bigoplus , obtendo-se um valor de saída para cada regra igual a $B_1' = \alpha_1 \bigotimes B_1$ e $B_2' = \alpha_2 \bigotimes B_2$. Deste modo, para o valor de saída geral do modelo pelo operador de União, têm-se:

$$\mu_{B'}(y) = \mu_{B_1'}(y) \bigoplus \mu_{B_2'}(y) = \left\{ \left[\alpha_1 \bigotimes \mu_{B_1}(y) \right] \bigoplus \left[\alpha_2 \bigotimes \mu_{B_2}(y) \right] \right\}$$

A geração da ação de controle, isto é, a obtenção de um único valor de B' que não seja um número fuzzy e sim um valor definido, é obtido por métodos que mapeiam a variável de saída fuzzy em um valor definido, denominado de “desfuzzificação”. O processo de “desfuzzificação” é utilizado para obter uma única ação de controle precisa a partir do conjunto nebuloso B' do modelo clássico de inferência fuzzy. Em outras palavras, tal processo transforma valores de saída de B' em valores determinísticos. Para tanto, existem vários métodos e a seleção de um deles é dependente do domínio da aplicação em desenvolvimento. Moura (1998) define dois principais casos deste processo, sendo este dependente do universo em que as respostas estarão definidas, a saber: no primeiro caso a resposta está em universo numérico arbitrário ou discreto; já no segundo caso a resposta é uma variável numérica contínua.

Deste modo, de acordo com Ross (2004), os métodos podem ser definidos como sendo a “desfuzzificação” por máximo ou pela média. O método em que o domínio das respostas seja uma variável numérica contínua pode ser realizado usando um parâmetro de localização como a média, obtidos por métodos de combinação de resposta. O método que merece destaque, e de vasta utilização, é o Método do Centro de Gravidade (MCG), visto nos trabalhos de Jager (1995); Babuska (1996). Tal método é semelhante a média aritmética para uma distribuição de dados, com a diferença que os pesos são valores $\mu_{B_i}(y)$ que indicam o grau de compatibilidade do valor y com o conceito modelado pelo conjunto fuzzy, sendo expresso para um domínio discreto e domínio contínuo, vistos pelas equações abaixo, respectivamente.

$$\mu_{B'}(y) = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \cdot \mu_{B_i'}(y_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_{B_i'}(y_i)}$$

$$\mu_{B'}(y) = \frac{\int_R y_i \cdot \mu_{B_i'}(y_i) d_{y_i}}{\int_R \mu_{B_i'}(y_i) d_{y_i}}$$

O valor de saída (*output*) obtido pela distribuição de possibilidade de saída da inferência fuzzy, que por conseguinte, obtem-se o valor de B' pelo MCG visualizado na Figura 2. Não obstante, o MCG pode ser realizado seguindo três etapas básicas:

- Determina-se o ponto centróide y_1 e y_2 para saída de B_2' e B_1' , respectivamente.
- Calcula-se a área corresponde de ambos os conjuntos para cada saída ativada, onde para FPTr y_1' e y_2' são as bases menores de B_2' e B_1' , respectivamente; a base maior B_2' é y_1'' e de B_1' é y_2'' , assim, tem-se:

$$B_2' = \frac{\mu_{B_2'}(y) \cdot (y_1' + y_1'')}{2}$$

$$B_1' = \frac{\mu_{B_1'}(y) \cdot (y_2' + y_2'')}{2}$$

- Por fim, calcula-se a média ponderada dos pontos centróides pelas respectivas áreas de B_2' e B_1' , realizado, da seguinte forma:

$$B' = \frac{y_1 \cdot B_2' + y_2 \cdot B_1'}{B_2' + B_1'}$$

A inferência fuzzy, vista no item anterior, pode ser tratada de forma sistemática. Para tal sistematização, Knapp (1996) utiliza a teoria dos conjuntos fuzzy para mapear entradas em saída. Esta forma simplificada é parte de um conceito que pode adquirir outras características, tornando possível a construção de um SIF. A concepção de Knapp (1996), é igual a utilizada por outro autores como Lee (1990b); Driankov et al., (1993) considerando um Sistema de Inferência Fuzzy (SIF) composto dos seguintes processos: “fuzzyficação”, base do conhecimento, inferência e “desfuzzyficação”.

A “fuzzyficação” identifica os valores de x_i , caracterizando o estado do sistema, e as normaliza, quando necessário, em um universo de discurso padronizado. Estes valores são então “fuzzyficados”, com a transformação da entrada em conjuntos nebulosos para que possam se tornar instâncias de $[\]$. Por outro lado, a base de conhecimento consiste de uma base de dados e uma base de regras, de maneira a caracterizar a estratégia de controle e as suas metas.

A inferência se caracteriza pela verificação do grau de compatibilidade entre os fatos e as cláusulas nas premissas das regras; determinação do α_j da premissa de cada R_n e valor da conclusão, em função do grau de compatibilidade da regra com os dados e a ação de controle constante na conclusão; e, por fim, agregação dos valores obtidos como conclusão nas várias regras, obtendo-se uma ação de controle global. O procedimento de “desfuzzyficação” compreende a identificação do domínio das variáveis de saída em um correspondente universo de discurso e com a ação de controle nebulosa.

O SIF construído nesta proposta adota a concepção de Grima e Verhoef (1999), a partir do estabelecimento de três etapas:

- A primeira etapa se caracteriza pela seleção de x_i e y , as quais são baseadas, não somente, dos conhecimentos científicos (Estado da Arte), mas, também, na capacidade de julgamento;
- A segunda etapa é caracterizada na relação entre entrada e saída pelo estabelecimento de R_n . Deste modo, para cada R_n estabelecida no SIF adota-se o operador matemático Mín para o conectivo lógico “E” e o

operador Máx para o conectivo lógico “OU”. As sentenças “SE” e “ENTÃO” são modeladas pela aplicação do Mín, caracterizando o modelo clássico de inferência Mamdani;

c) A terceira etapa se caracteriza pelo processo de “desfuzzificação” que transforma Π de saída em valores numéricos, adotando o MCG.

METODOLOGIA

A formulação geral e usual para se proceder ao cálculo de um IQA dar-se pelo processamento matemático por meio de uma média ponderada de alguns parâmetros pré-estabelecidos. Tais parâmetros multiplicados aos seus pesos relativos correspondentes e disponíveis em curvas de normalização dão origem a valores de IQA, os quais são normalizados em uma escala entre 0 e 100, e posteriormente, qualificados. No entanto, é presente a carência de técnicas mais adequadas para proceder ao gerenciamento da importância de variáveis de qualidade da água pertinentes ao cálculo de indicadores mais confiáveis. A interpretação dos limites aceitáveis para cada parâmetro e a metodologia utilizada para integrar os mesmos são distintos na avaliação dos processos metodológicos usuais. Por outro lado, tais processos que utilizam a integração das variáveis de qualidade de água em índices específicos estão sendo cada vez mais requisitadas no cenário nacional e internacional.

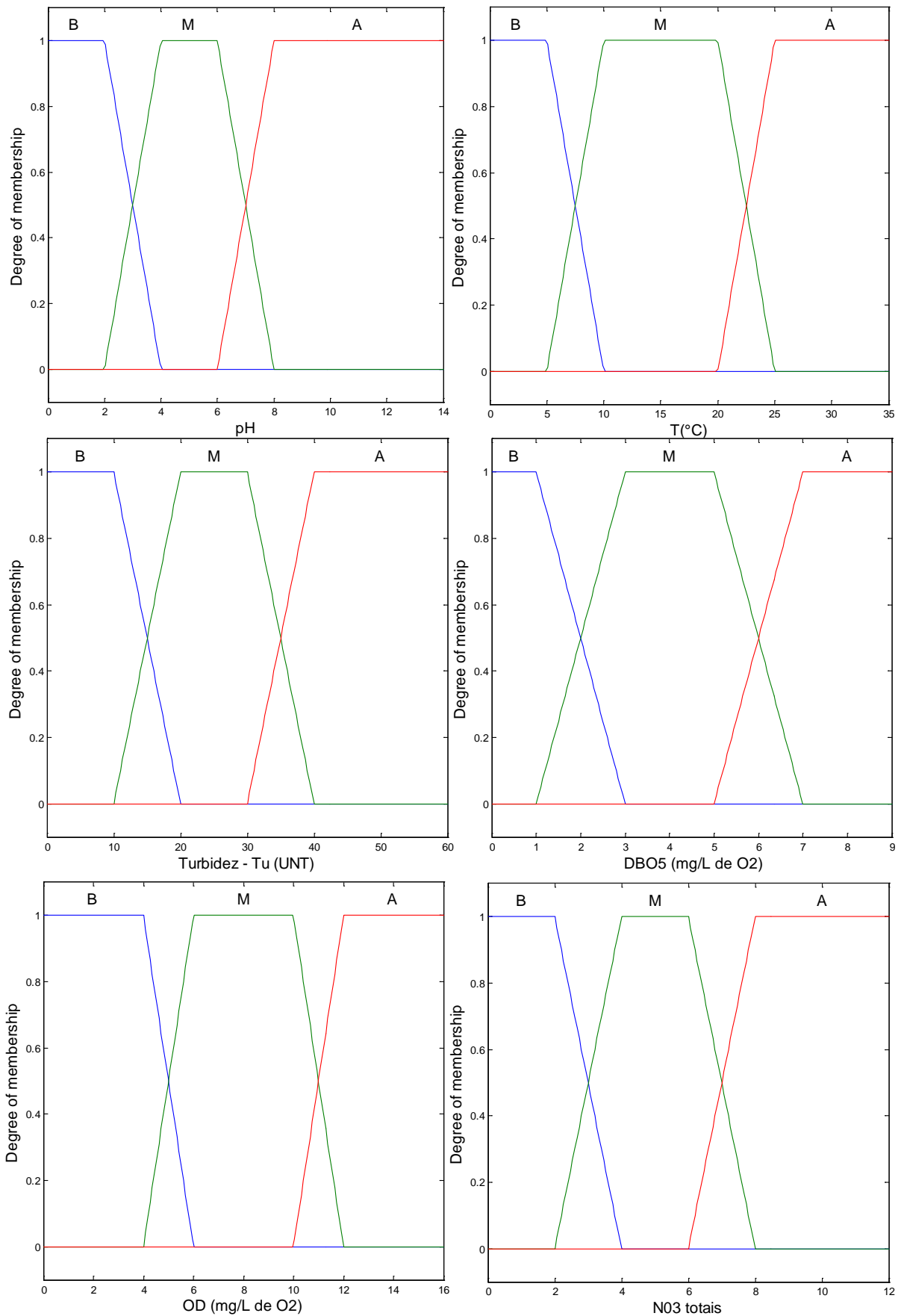
Neste sentido, algumas metodologias de integração utilizam a inteligência artificial na modelagem de qualidade da água, como a teoria dos conjuntos fuzzy introduzido por Zadeh (1965), e que descreve uma imprecisão ou um estado vago. Tal teoria consiste no uso simultâneo de variáveis quantitativas e qualitativas. Às variáveis quantitativas ou numéricas atribuem-se os parâmetros da qualidade da água que mensure valores numéricos, por exemplo, NO_3 , pH, e outros; já às qualitativas consiste na atribuição de valores a partir de interpretações não-numéricas, como por exemplo, cor, sabor, entre outros; sendo que este processo caracteriza-se pela “fuzzyficação” de x_i . Ambas são interpretadas por meio de Π traduzidas por $\mu_{\Pi}(x_i)$ que podem adquirir formas do tipo trapezoidal, triangular ou gaussiana aferidas por um valor binário de 0 a 1, a partir de critérios estabelecidos pela base de conhecimento de especialistas. Tais valores inscritos em uma das formas da $\mu_{\Pi}(x_i)$ prognosticam o grau de interferência destas variáveis em um sistema que processa x_i por meio de R_n . Posterior a este processamento obtém-se y, calculando um índice fuzzy através de um processo denominado de “desfuzzyficação”. Assim, a “fuzzyficação”, a base do conhecimento e desfuzzyficação caracterizam um SIF.

Contudo, a construção do SIF consiste em R_n estabelecido através de operações \otimes e \oplus . As operações de \otimes caracterizam-se como Mín para um conectivo lógico “E” (operação de Interseção \cap), sendo que a construção de sentenças “SE” e “ENTÃO” modelam a aplicação do Mín obtendo-se y. Já as operações \oplus , isto é, de Máx (operação de União \cup) são efetuadas para o cálculo do IQA⁽⁷⁾. Para a obtenção deste índice fuzzy é sugerido a “desfuzzyficação” transformando Π de saída em valores numéricos, adotando-se, invariavelmente, o MCG.

O local de aplicação do SIF construído é o igarapé Tucunduba que faz parte da subbacia do Tucunduba. A subbacia tem uma área de 1.055,00 ha, localizada a sudeste de Belém/PA e tem o corpo hídrico de análise com 3.600,0 m de extensão sendo um afluente do Rio Guamá. Nesta região encontram-se áreas de ocupação desordenada sendo uma dos bairros mais populosos do município. Os dados utilizados contemplam um conjunto de dezesseis amostras coletadas no corpo hídrico durante a época de cheia e estiagem no período de 1999 e 2000, cujos mesmos foram analisados, o que implicou na organização das variáveis de qualidade da água que foram utilizados; e tabulados, promovendo o cálculo do IQA. Para efetuar tal proposta, foi utilizado um IQA e suas variáveis as quais são:

- Oxigênio Dissolvido (OD);
- Coliformes Fecais (Cf);
- Potencial de Hidrogênio (pH);
- Demanda Bioquímica de Oxigênio em 5 dias (DBO_5);
- Nitrato (NO_3);
- Fosfato Total (PO_4);
- Temperatura ($^{\circ}\text{C}$);
- Turbidez (Tu);
- Sólidos Totais (St).

Tais parâmetros são prescritos por Brown et al., (1970) para composição do IQA. Tais variáveis são consideradas como x_i , cuja faixa de valores foi dado pelo limite aceitável da norma vigente para o abastecimento público através de consulta a especialistas. Feito isso se qualificou os domínios destas variáveis em três subdomínios x_{Π} : baixo “B”, média “M” e alta “A”. A tradução de Π para x_i são lidas por FPTr



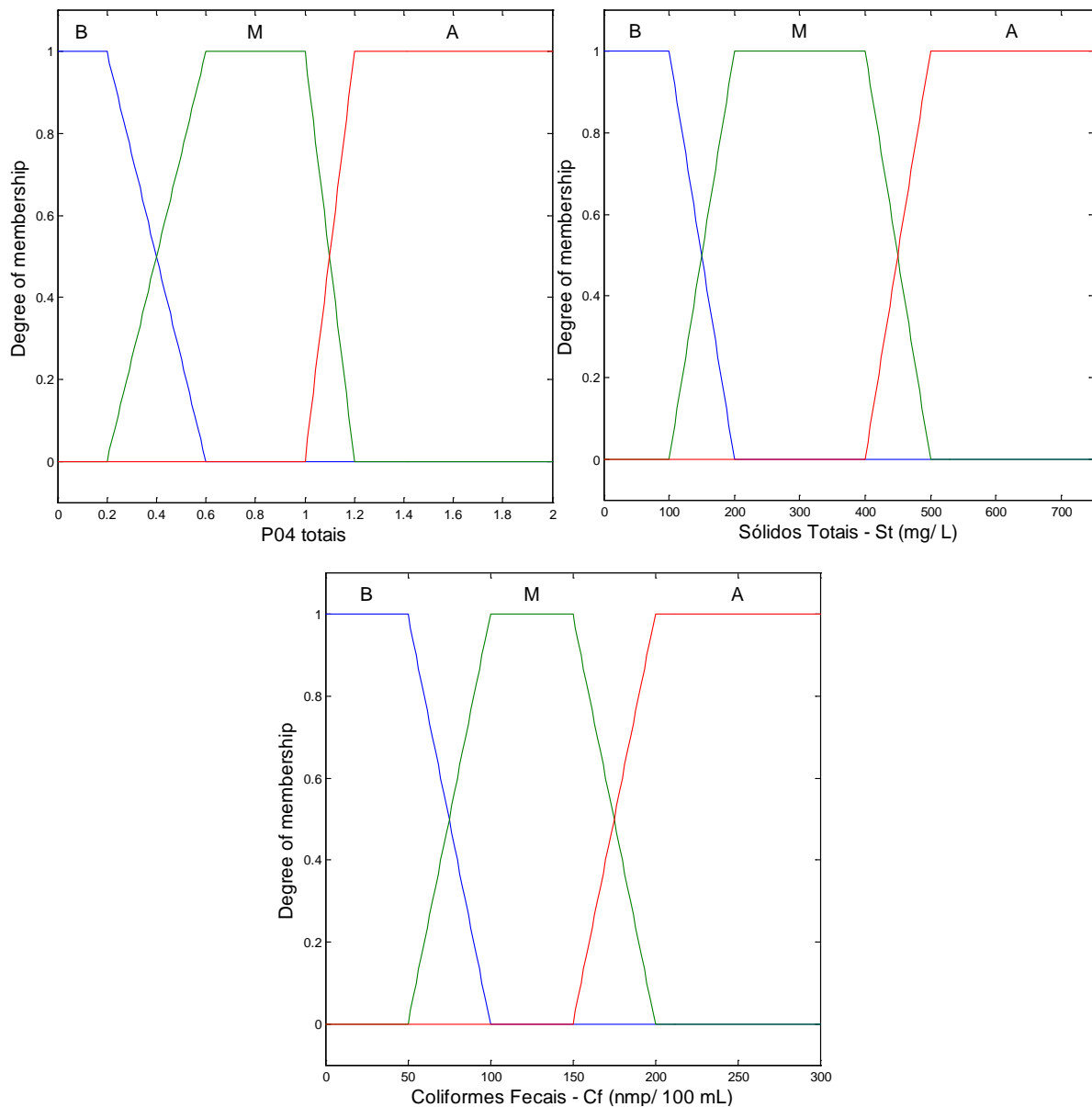


Figura 2: Variáveis de entrada referente aos parâmetros de qualidade da água interpretadas por FPTTr.

Embora exista outras formas de funções de pertinência, este adotou somente a FPTTr, uma vez que Tamaki et al., (1998) afirma que não é tão relevante discutir a forma detalhada de cada uma delas, posto que, a maioria pode ser aproximada por uma forma trapezoidal. Por conseguinte, realiza-se o processamento da inferência fuzzy que é estabelecido por R_n dado por meio da relação que envolve o número de x_i do IQA e x_{ij} , assim tem-se que $R_n = x_{ij}^{x_i}$, logo, é obtido (3^9) um total de 19.683,0 regras. Este conjunto de regras para um SIF se dá por meio do estabelecimento de uma base de regras que consiste em um conjunto fuzzy “SE” e “ENTÃO”. Portanto, a concepção de R_n se dá pelo envolvimento dos parâmetros proposto por Brown et al.,(1970) igual a:

R_n : “SE” OD é B;

“E” Cf é A, “E” pH é A, “E” DBO₅ é A, “E” NO₃ é A, “E” PO₄ é A, “E” T é A, “E” Tu é A, “E” St é A;

“ENTÃO” IQA é ÓT.

Deste modo, o R_n se desenvolve a inferência fuzzy para quantificar o IQA^(f). Após a inferência, escolheu-se o MCG como “desfuzzyficador”, tendo FPTTr, para $[i]$ de saída $[x_{ij}(y)]$ igual a Ruim "RU", Péssimo "PE", Aceitável "AC", Boa "BO" e Ótimo "OT", ". Portanto, o valor de y denota os termos linguísticos referente à cinco classes de qualidade da água. Todo o processo metodológico adotado para a construção do SIF foi modelado pelo software MATLAB® 7.0 utilizando a ferramenta *Toolboxes Fuzzy Logic*.

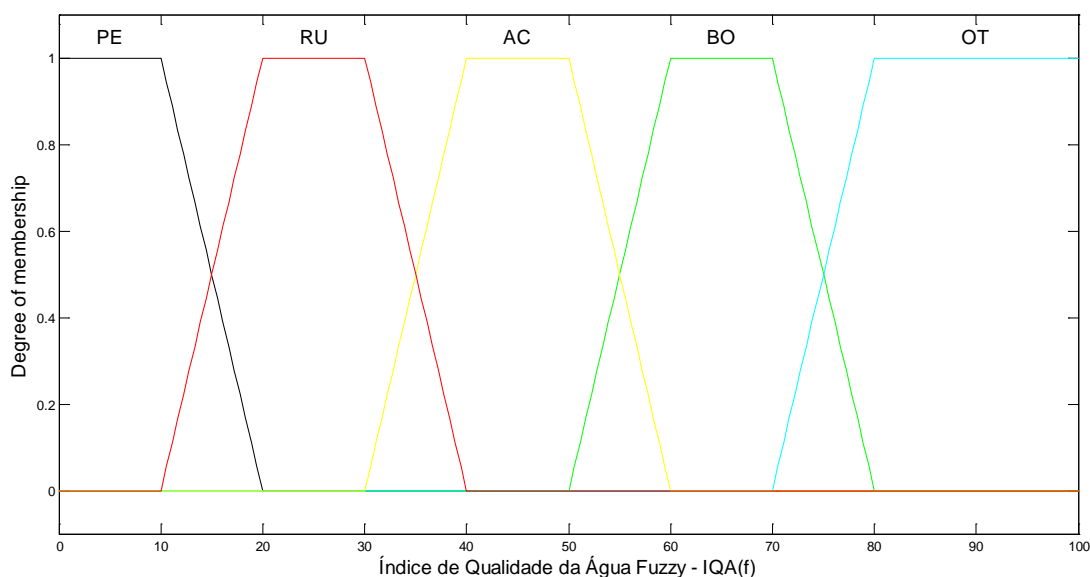


Figura 3: Função de Pertinência para a variável de saída.

Assim, de posse destes índices, faz-se a comparação com o IQA obtido pelo modelo determinístico do NSF proposto por Brown et al., (1970), com o objetivo de avaliar as diferenças (d) e a correlações do IQA(f) em função do IQA determinístico. Ainda assim, as análises da estatística descritiva através da relação do desvio-padrão (σ) e a média (μ), ou seja, coeficiente de variação (cv), possibilitam quantificar as dispersões das amostras, bem como identificar quais os parâmetros denotam incertezas na composição do IQA.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os dados são referentes aos anos de 1999 e 2000 cuja coleta foi realizada nas épocas de cheia e estiagem do igarapé Tucunduba. Os procedimentos de coleta encontram-se descritos em Lopes e Bezerra (2001). Portanto, os dados coletados no período de cheia revelaram que os parâmetros Cf, OD e DBO₅ apresentam forte dispersão com cv igual 50,13%, 43,58% e 43,23%, respectivamente.

Para tais parâmetros, o modelo determinístico que calcula o IQA, se faz atribuições dos maiores pesos. Por outro lado, St que tem menor peso na composição do IQA, apresenta-se com baixa dispersão referente ao conjunto de amostras, conforme é visto pela Tabela 3.

Tabela 3: Conjunto amostral dos parâmetros analisados na época de cheia entre 1999 a 2000.

AMOSTRAS	PARÂMETROS ANALISADOS								
	OD	Cf	pH	DBO ₅	NO ₃	PO ₄	T°C	Tu	St
1	1,3	350	6,7	2,5	10	0,24	29	36	500
2	1,3	160	6,52	2	8,3	0,25	29	40	494
3	0,3	350	6,62	3,9	9	0,25	30	36	491
4	0,9	160	6,5	0,9	10	0,25	30	36	490
5	1,5	40	6,89	2,3	10	0,25	29	20	490,5
6	0,8	220	6,68	2,2	8,3	0,25	29	28	490,5
7	1	220	6,66	1,34	9	0,25	28	28	494
8	0,5	160	6,83	1,6	10	0,25	29	26	500
μ	0,95	207,50	6,68	2,09	9,33	0,25	29,13	31,25	493,75
σ	0,41	104,03	0,14	0,90	0,77	0,00	0,64	6,76	4,16
cv (%)	43,58	50,13	2,03	43,23	8,24	1,42	2,20	21,62	0,84

Para as análises realizadas no período de estiagem, os resultados apresentaram, novamente, dispersões quanto aos parâmetros que se apresentam como os de maiores pesos na composição do índice relacionado à qualidade da água. O cv de 70,08% atribuição a OD, e, por conseguinte Cf e DBO₅ apresentam uma dispersão de 66,40% e 50,06% das amostras realizadas no igarapé Tucunduba no período de 1999 a 2000 (Tabela 4).

Tabela 4: Conjunto amostral dos parâmetros analisados na época de estiagem entre 1999 a 2000.

AMOSTRAS	PARÂMETROS ANALISADOS								
	OD	Cf	pH	DBO ₅	NO ₃	PO ₄	T°C	Tu	St
1	1,3	270	6,77	4,2	9,8	0,25	29	28	491
2	0,1	130	6,6	2,2	8	0,25	29	26	500
3	0,3	330	6,58	4,1	10	0,25	28	25	490,5
4	1,4	130	6,66	8	10	0,25	29	28	491
5	0,4	60	7	3,6	8	0,25	28	19	490
6	0,7	120	6,8	2,49	10	0,25	28	29	491
7	0,6	60	6,78	5,22	9	0,25	29	33	500
8	1,6	90	6,9	1,91	10	0,25	29	32	494
μ	0,80	148,75	6,76	3,97	9,35	0,25	28,63	27,50	493,44
σ	0,56	98,77	0,15	1,98	0,90	0,00	0,52	4,38	4,22
cv (%)	70,08	66,40	2,15	50,06	9,62	0,00	1,81	15,91	0,86

Para o cálculo do IQA determinístico, os parâmetros que apresentaram dispersões significativas remetem em incertezas nos valores referentes ao IQA. No período de cheia, a média do IQA foi igual a 81,46, o que qualificou a qualidade da água como OT. No entanto, quando os parâmetros são aferidos como variáveis de entrada o IQA^f se apresentou, em média, como BO (Tabela 5).

A diferença (*d*) visualizada entre os índices é significativa na amostra 3, cujo IQA^f em relação ao IQA é 33,25% menor. No entanto, a qualificação é a mesma. Na maioria das amostras o índice obtido pelo SIF é menor que índice quantificado por Brown et al., (1970). Tal fato pode ser atribuído pela sistematização da inferência fuzzy adotada, as quais tendem a diminuir as incertezas inerentes ao índice determinístico, bem como os critérios de amostragem e obtenção dos parâmetros de qualidade da água. Deste modo, nas amostras 4, 6, 7 e 8 a qualificação da água, considerando a proposta fuzzy, foi AC; enquanto que o IQA, considerando o modelo determinístico, considerou tais amostras como BO, para 4 e 8; e OT para 6 e 7.

Tabela 5: Análise dos resultados do IQA e IQA^f na época de cheia e estiagem entre 1999 a 2000.

AMOSTRAS	CHEIA			ESTIAGEM		
	IQA	IQA ^f	<i>d</i> (%)	IQA	IQA ^f	<i>d</i> (%)
1	100	86,10	-7,76	91,16	50	-27,21
2	73,48	86,1	8,91	68,31	50	-14,04
3	100	85,7	-33,25	99,51	50	-31,42
4	71,13	50	9,29	73,98	50	-14,37
5	54,15	85,7	-2,03	57,85	50	-4,41
6	81,37	50	-22,72	66,85	50	-12,75
7	92,85	50	-22,83	61,60	65	6,64
8	72,51	50	-17,40	62,52	50	-9,74
μ	81,46	63,44	-	72,72	51,88	-
σ	17,16	18,55	-	14,94	5,30	-
cv (%)	21,07	29,23	-	20,54	10,22	-
R ²	0,61			0,54		

Os resultados da qualificação da água pelos índices, no período de estiagem, mostraram-se inferiores quando comparados a época de cheia. Tal fato pode ser atribuído a maior concentração dos parâmetros por volume de água. Deste modo, visualizado na Tabela 5, apenas a amostra 7 é qualificado como BO para o IQA^f. Por outro lado, as amostras 1 e 3 apresentaram qualificadas como OT pelo IQA, já quando aferido pelo o IQA^f é qualificado como BO. Assim sendo, tais análises proporcionaram *d* iguais a 27,21% e 31,42%, denotando que o índice obtido pelo SIF é mais conservador em face das incertezas inerentes a sobreposição ponderadas de parâmetros, pela fórmula aditiva de Brown et al., (1970).

Outro aspecto a ressaltar é que o cv igual a 21,07% é inferior a variação das amostras quando considerado o IQA^f. Este resultado pode ser explicado pelo fato de que a sensibilidade da inferência fuzzy, em função da sistematização dos parâmetros analisados, proporcionou maiores diferenças do que o modelo usual de IQA. No

entanto, tais diferenças não foram significativas quando as mesmas foram qualificadas, isto é, a qualificação da água ou foi a mesma ou o IQA^f foi superior ao IQA.

Não obstante, no período de estiagem as dispersões dos resultados apontaram que a proposta fuzzy se mostrou mais aplicável do que o modelo determinístico, posto que o cv foi de 10,22% em relação a 20,54%. Deste modo, o IQA^f qualificou a água de forma mais conservadora. Tal qualificou, na maioria das análises, tornou o uso da água AC à BO, uma vez que, como dissertado anteriormente, no período de estiagem as concentrações dos parâmetros por volume de água é superior a época de cheia, tornando o corpo hídrico mais suscetível quanto a análise da qualidade da água.

Por fim, modelos lineares tentaram explicar o IQA em função do IQA^f nos dois períodos de análises. Na época de cheia o IQA explicar o comportamento qualificatório do IQA^f . Por outro lado, o R^2 igual a 0,54 denotou uma correlação entre $IQA \times IQA^f$ pouco significativa. Tais correlações podem ser explicáveis pela próprias análises dos índices, em períodos distintos, isto é, na época de cheia as incertezas do IQA são inferior quando comparado a época de estiagem. Assim, esta última mostrou-se incompatível ao se relacionar com o IQA^f .

CONCLUSÕES

A metodologia desenvolvida, que teve como aporte o uso da teoria dos conjuntos difusos, é genérica ao ponto de ser novamente aplicado em outras análise da qualidade da água, considerando a sistematização das variáveis considerado por Brown et al., (1970) na composição da qualificação da água. No entanto, para determinadas configurações físicas, químicas e bacteriológicas, bem como para valores padrões de usos específicos, a base do conhecimento pode ser readequada a intervalo das faixas de valores das variáveis linguísticas, no que tange aos parâmetros de entrada, bem como do conjunto de regras. Ainda assim, a mudança no uso de modelos de inferência fuzzy pode provocar significativas alterações nos resultados finais do IQA^f .

A validação da proposta fuzzy, em relação ao modelo usual, deve ser testado, utilizando modelos de regressão que melhor se ajustem a situações diferenciadas. Para tanto, as análises devem ser remediadas de acordo com as características físicas, químicas e bacteriológicas e também quanto aos tipos de uso. Por outro lado, as recomendações para aplicação de metodologia fuzzy, deve ser realizada com observância aos critérios de “fuzzyficação” das variáveis de entrada, que, são sustentadas pelos parâmetros do IQA proposto por Brown et al.,(1970). Os resultados proporcionados pelo IQA^f podem ser testados utilizando os mais diversos métodos que calculam o valor de saída, quando, faz-se uso do modelo clássico de inferência fuzzy, cujos valores são totalmente distintos dos modelos de interpolação.

Por fim, o IQA gerou qualificações da água superior ao IQA^f para a maioria das amostras, tanto no período de cheia quanto de estiagem. Assim com a adoção da teoria dos conjuntos fuzzy, o desempenho do SIF construído na avaliação da qualidade da água foi significativo. Pois, com a aferição de 19.638,0 regras pelo método Mamdani, o índice tornou-se mais acurado pela sistematização dos parâmetros na composição da qualidade da água, prognosticando a sua aplicação mais efetiva em detrimento de índice determinístico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BABUSKA, R., (1996). Fuzzy Modelling and Identification. Ph.D. Thesis. Delft University of Technology. Delft, the Netherlands;
2. BROWN, R.M.; ,McCLELLAND,N.I.; DEININGER,R. A.; TOZER,R.G. A Water Quality Index –Do We Dare? 1970. Water Sewage Works: 339-343;
3. CARLSON, R.E.,1977. A Trophic State Index for Lakes. Limnology and Oceanography 22(2):361-369.
4. CHANG, N. B., CHEN, H. W., and NING, S. K. (2001). “Identification of river water quality using the fuzzy synthetic evaluation approach.” J. Environ. Manage., 63(3), 293–305;
5. DERÍSIO,J.C.,1992. Introdução ao controle da poluição ambiental. São Paulo : Editora da CETESB, mar.
6. DRIANKOV, D; HELLENDORRN. H; REINFRANK, M. An Introduction to Fuzzy Control. Springer-Verlag, 1993;
7. DUBOIS, D; PRADE, H. Possibility Theory. Plenum Press, New York, 1988;

8. GOMIDE, F. A. C, GUDWIN R. R, and TANSCHKEIT. R. Conceitos fundamentais da teoria de conjuntos fuzzy, lógica fuzzy e aplicações. Sixth International Fuzzy Systems Association World Congress/ Tutorials - IFSA9, pages 01 – 38., July 1995;
9. GOMIDE, F.; A. ROCHA; P. ALBERTOS (1992-a) Neurofuzzy Controllers - IFAC - LCA'92, Viena, Austria;
10. GRIMA, M.A., VERHOEF, P.N.W., 1999. Forecasting rock trencher performance using fuzzy logic. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 36, 413–432;
11. HORTON, R. K. (1965). "An index-number system for rating water quality." J. Water Pollut. Control Fed., 37(3), 300–306;
12. JAGER, R., 1995. Fuzzy Logic in Control. Ph.D. Thesis. Delft University of Technology. Delft, the Netherlands;
13. KNAPP, R. Benjamim (1996). "Fuzzy Sets and Pattern Recognition";
14. KUNG, H., YING, L., and LIU, Y. (1992). "A complementary tool to water quality index: Fuzzy clustering analysis." Water Resour. Bull., 28(3), 525–533;
15. KUNG, H., YING, L., and LIU, Y. (1993). "Fuzzy clustering analysis in environmental impact assessment—A complement tool to environmental quality index." Environ. Monit. Assess., 28(1), 1–14;
16. LEE, C. C. (1990a) Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, Part I. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 20, No. 2, March/April 1990, pp. 404 – 418;
17. LEE, K.M; KWAK, D.H and KWANG, H.L – "Fuzzy Inference Neural Network for Fuzzy Model Tuning" – IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics – Part B: Cybernetics, vol. 26, nº 4, August, pp. 637-645, 1996;
18. LERMONTOV, A; YOKOYAMA, L; LERMONTOV, M; MACHADO, M.A.S. Aplicação da Lógica Nebulosa na Parametrização de um novo Índice de Qualidade das Águas. ENGEVISTA, v. 10, n. 2, p. 106-125 dezembro 2008;
19. LINSTONE, H. A., and TUROFF, M. (1975). The Delphi method: Techniques and applications, Addison-Wesley, Reading, Mass;
20. LOPES, D.F; BEZERRA, M.S.M. Avaliação dos Níveis de Contaminação do igarapé Tucunduba – Evolução Histórica e Atuais Perspectivas. Belém, 2010. 66 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Engenharia Sanitária e Ambiental)–Universidade Federal do Pará, 2001;
21. LU, R. S., LO, S. L., and HU, J. Y. (1999). "Analysis of reservoir water quality using fuzzy synthetic evaluation." Stochastic Environ. Res. Risk Assess., 13(5), 327–336;
22. MAMDANI, E.H., (1974). Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant. Proceedings of the IEE (Control and Science), V. 121: 298-316;
23. MIZUMOTO, M., (1982). "Fuzzy Inference using max-min composition in the Compositional Rule of Inference". In: Approximate Reasoning in Decision Analysis, M.M. Gupta, E. Sanchez (Ed.), North-Holland: 67-76;
24. MOURA, Luciene Azevedo. Modelagem do Fenômeno de Consolidação através de um Sistema de Regras Fuzzy [Rio de Janeiro, 1998] IX, 121 p. (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia Civil, 1998);
25. NASIRI, F; MAQSOOD, I; HUANG, G; and FULLER, N (2007). "Water Quality Index: A Fuzzy River-Pollution Decision Support Expert System." Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 133, No. 2, March 1, 2007. ©ASCE, ISSN 0733-9496/2007/2-95–105;
26. OTT, W. R. 1978. Environmental Indices: theory and practice, Ann Arbor Science, Ann Arbor, Michigan, 371 p.
27. PEDRYCZ, W. (1989). Fuzzy Control and Fuzzy Systems. - John Wiley and Sons Inc, NY;
28. PORTER, A. L., ROPER, T. A., MASON, T. W., ROSSINI, F. A., and BANKS, J. (1991). Forecasting and management of technology, Chapter 11: Expert opinion, Wiley, New York, 214–219;
29. ROSS, T. J. Fuzzy Logic with Engineering applications. 2nd Edition. England: Wiley, 2004;
30. SABOYA JR. F., da GLORIA ALVES M., DIAS PINTO W. Assessment of failure susceptibility of soil slopes using fuzzy logic (2006) Engineering Geology, 86 (4), pp. 211-224;
31. TAMAKI, F; KANAGAWA, A; OHTA, H (1998). Identification of membership functions based on fuzzy observation data. J. Fuzzy Sets and Systems 93 (1998) 311-318;
32. TAMAKI, F; KANAGAWA, A; OHTA, H (1998). Identification of membership functions based on fuzzy observation data. J. Fuzzy Sets and Systems 93 (1998) 311-318;
33. WHALEN, T. and SCHOTT, B., (1983). Issues in Fuzzy Production Systems. International Journal of Man-Machine Studies, Vol. 19: 57-71;
34. YAGER, R; S. OVCHINNIKOV, R.M. TONG and H. T.NGUYEN (1987). Fuzzy Sets and Applications-Wiley Interscience, NY;
35. YOON, K. P., and HWANG, C. L. (1995). Multiple attribute decision making: An introduction (quantitative applications in the social sciences), SAGE, Thousand Oaks, Calif;
36. ZADEH, L. A. (1973) Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-3, No. 1, p. 28-44;

37. ZADEH, L.A., 1965. Fuzzy sets. Information and Control 8, 338–353 (London);
38. ZHENG, J., and YING, L. (1984). “Regional environmental assessment and fuzzy clustering analysis.” Acta Scientiae Circumstantiae, 4(3), 197–203;
39. ZIMMERMANN, H.J. Fuzzy Set Theory and its applications. Kluwer Academic, Dordrecht, 1991.